

Gravitazione

Etere

Relatività

Angelo Montorsi

INTRODUZIONE

L' autore in queste pagine, conduce il lettore lungo l'itinerario storico scientifico, che ha portato a maturazione, la definizione di un suo modello fisico: per la gravitazione e per l'inerzia; modello che in modo soggettivo lo ha aiutato, nella comprensione di un quadro unitario delle manifestazioni fisiche della natura.

L' esposizione mantiene per lo più un carattere divulgativo, spostandosi ad un livello più specialistico nella terza parte, nell'intento di darvi rigore, le due appendici poi esplicano il percorso logico matematico, seguito per dedurre le relazioni riportate nel testo.

La trattazione prende le mosse, dal significato attribuito dall'autore alla parola spazio, operando una distinzione tra lo Spazio Euclideo matematico e lo spazio dei fenomeni fisici.

Segue l'esposizione dei postulati della Teoria della relatività, ristretta e generale e vengono evidenziati i punti, dove il modello porta a conclusioni diverse, anche se, detto per inciso, buona parte di queste coincidono (non potrebbe essere diversamente, visto il successo sperimentale della teoria).

Il riferimento all'Etere nel titolo è giustificato da ragioni storiche, in omaggio ai fisici del diciannovesimo secolo che tanta fiducia riponevano nella sua esistenza, in quanto il modello presenta stringenti analogie con la loro visione.

Il modello presentato, come anticipato, è in sostanziale accordo con le previsioni della relatività, le diverse previsioni significative, possono riguardare l'ambito cosmologico, dove la verifica sperimentale, pone problemi tecnici, che possono sembrare insormontabili; ho usato il condizionale, perché il continuo progresso della tecnica, amplia giorno dopo giorno i confini dell'impossibile; viene comunque fornita indicazione sul come condurre, un esperimento, il cui risultato può rendere conto o no sulla liceità delle ipotesi avanzate dall'autore.

La divisione in tre parti, fornisce un carattere propedeutico all'esposizione, il livello matematico necessario per affrontare la terza parte e le appendici, si mantiene sulla buona conoscenza delle regole algebriche, poi la bibliografia, tutta in lingua italiana costituisce fonte di approfondimento per i temi trattati.

L'autore nell'augurare buona lettura, auspica, il lettore possa giovarne lo stesso piacere da lui provato nella stesura di queste pagine.

Angelo Montorsi

INDICE

1 a Parte	-	Cenni storici	pag.	3
2 a Parte	-	Presentazione del modello	pag.	5
3 a Parte	-	Confronto con la relatività	pag.	11
Conclusioni			pag.	18
Appendice (1)	-	Le trasformazioni di Lorentz	pag.	19
Appendice (2)	-	L'intervallo invariante	pag.	20
Bibliografia			pag.	22

Prima parte - Cenni storici

La storia del pensiero scientifico e delle teorie che ne hanno accompagnato e sostenuto l'evoluzione nel corso dei secoli, ci porta ad osservare, come dalle felici intuizioni di pochi uomini geniali, separate a partire da Galilei, all'incirca un secolo l'una dall'altra (circa quattro generazioni), uno stuolo di filosofi naturali, poi scienziati, lavorando su queste intuizioni; con l' aiuto della matematica (evolutesi di pari passo) e di una sperimentazione sempre più sofisticata, ha contribuito nelle varie epoche corrispondenti alla creazione di modelli e spiegazioni, per i fenomeni naturali che osserviamo nel quotidiano.

In ogni epoca, fino all'inizio del 1900 l'immagine della realtà fisica, che gli uomini potevano costruirsi, aveva una corrispondenza intuitiva con modelli visualizzabili, relativamente semplici.

Le cose hanno preso una piega diversa, quando Albert Einstein nel 1905, con la pubblicazione dei suoi articoli; sulla relatività e sull'effetto fotoelettrico, ha acceso la miccia che ha portato alla metaforica esplosione, della fisica quantistica; col conseguente scardinamento di un modello deterministico, che aveva avuto le sue migliori fortune con Laplace (1).

Concetti radicati, come l'immutabile e regolare scorrere del tempo e la contemporaneità dei fenomeni, divenivano non più oggettivi, ma bensì soggettivi, con lo sfasamento temporale, dovuto alla diversa realtà, vissuta da osservatori in moto relativo, con l'annesso paradosso dei gemelli, che contemporanei alla nascita, non lo sono più dopo il viaggio a velocità quasi luminare di uno di essi.

Il ventesimo secolo, grazie alla potenza dei mezzi, messi a disposizione dal progresso tecnico ed all'ingegno e fantasia di uomini come: Bohr, Einseberg, De Broglie, Schroedinger, Pauli, Dirac, Fermi, ha visto nascere e consolidarsi la meccanica quantistica, la quale ha aperto uno squarcio nella coltre nebulosa che avvolgeva il microscopico mondo del nucleo atomico.

Di pari passo le nuove conoscenze hanno permesso l'elaborazione di modelli teorici per spiegare cosa avviene all'interno del nostro Sole e degli altri astri luminosi, spiegando come conciliare le osservazioni col loro processo evolutivo.

*La ricerca di un quadro concettuale, che possa unificare la descrizione delle forze fondamentali di natura, inclusa l'interazione gravitazionale, ha portato alla definizione del **Modello Standard**, l'insieme delle teorie, che a partire dall'ipotesi del Big Bang, descrive l'evoluzione dell'universo dai primi vagiti fino ai giorni nostri, sollevando vari interrogativi sul suo futuro.*

*Molto probabilmente il **Modello Standard** è quanto di più aderente alla realtà si possa concepire, alla luce delle conoscenze acquisite a tutt'ora, tuttavia la difficoltà nel creare un quadro unitario delle forze, che comprenda anche l'effetto gravitazionale;*

(1) Laplace credeva, che partendo dalla conoscenza sullo stato fisico dell'universo ad un dato istante, con l'uso della matematica e delle leggi fisiche, se ne potesse determinare in modo univoco il futuro; questa visione fu modificata radicalmente quando Einseberg enunciando il suo principio di indeterminazione, dimostrò l'impossibilità di conoscere in modo univoco lo stato fisico dei sistemi microscopici, oggetto di studio della fisica quantistica.

*l'osservazione di Red-Shift (1) anomali, in oggetti che sembrano posti alla stessa distanza cosmologica (Quintetto di Stephan); l'elusività della materia oscura; la presenza di un effetto sul moto dei satelliti e delle sonde spaziali, che fa presagire l'esistenza di una costante di repulsione cosmologica (come ipotizzò e poi ritrattò Einstein), dovrebbero far ripensare i fondamenti del **Modello Standard**, ad esempio la Teoria della relatività; cercando tra le maglie dei suoi postulati, la eventuale presenza di un anello debole, il quale se opportunamente rinforzato, potrebbe mettere in completo accordo, la teoria con le osservazioni, evitando la necessità di spazzare sotto il tappeto le scomode briciole di queste incongruenze.*

Non è escluso che da questa operazione, possa scaturire un modello visuale, più alla portata della comprensione e dell'intuito delle persone comuni, le quali non sono certo agevolate nel comprendere, cosa sia una Super stringa e come si possa concepire uno spazio ad undici dimensioni, quando la maggior parte di loro, ha le sue belle difficoltà già in tre dimensioni.

Nella seconda parte di questo scritto, presenterò una ipotesi, maturata nella ricerca di un' idea, che mi venisse in aiuto, nel digerire la Teoria della relatività, altrimenti indigesta.

La scarsa digeribilità della Teoria, non credo mi derivi dalle sue difficoltà concettuali, ma bensì la difficoltà ad accettarne in modo acritico i postulati (Relatività ristretta); mi risulta comunque, che se fossi vissuto all'inizio del ventesimo secolo e non nella sua seconda metà (sono nato nel 1951), sarei stato in buona compagnia di grandi ingegni, anche loro affetti dalla stessa patologia all'apparato digerente, non tutti avevano lo stomaco di Arthur Stanley Eddington (2).

(1) Red-Shift, in italiano (Spostamento verso il Rosso). Si tratta del parametro $[Z=(\lambda_1-\lambda_0)/\lambda_0]$ rilevato con misure spettroscopiche, che esprime l'allungamento della lunghezza d'onda $(\lambda_1-\lambda_0)$, riscontrato sulla luce che riceviamo dalle lontane galassie, in rapporto alla lunghezza (λ_0) dell'analoga radiazione prodotta e misurata nei laboratori terrestri. Da questo parametro, si può risalire ad una ipotetica velocità di recessione (v) , la quale inserita nella formula $(v = H_0 \cdot d)$, espressione della legge di Hubble, ci restituisce la distanza cosmologica (d) , che da loro ci separa.

(H_0) è la costante di Hubble, il cui valore nel tempo si è dimostrato tutto fuorché costante, passando dagli iniziali 540 km/s/Mpc agli attuali 70-80 km/s/Mpc, (Mpc) sta per Megaparsec unità di misura utilizzata, assieme all'anno luce (a.l.), per misurare le distanze cosmologiche ($1\text{Mpc}=3.26 \times 10^6$ a.l.).

(2) Arthur Stanley Eddington (1882-1944) fu per anni direttore dell'osservatorio di Greenwich e partecipò a uno degli esperimenti decisivi della teoria di Einstein; la valutazione della deviazione subita dalla luce in un campo gravitazionale, effettuata in occasione dell'eclisse solare del 1919. Si narra che quando un giornalista gli chiese se era vero, che solo tre persone al mondo erano in grado di comprendere la teoria della relatività, questi si meravigliò, interrogandosi su chi potesse mai essere la terza.

Seconda parte - Presentazione del modello

Nella conclusione alla prima parte di questo scritto, si è accennata l'eventuale presenza di anelli deboli, nei postulati della Relatività; nel seguito proveremo a definirli.

Un po' di storia: il grande Newton nei suoi Principia attribuiva l'effetto gravitazionale a forze che agivano istantaneamente, ed inoltre ipotizzava che la propagazione della luce fosse un fenomeno corpuscolare.

Maxwell con la sua potente sintesi, inserì la luce nel quadro che comprende le onde elettromagnetiche e ricavò la relazione ($c=1/(\epsilon_0 \cdot \mu_0)^{1/2}$) che ne determina la velocità (c) in funzione di due costanti fondamentali di natura, legate al vuoto: la costante dielettrica (ϵ_0) e la permeabilità magnetica (μ_0).

Il modello che si era formato nella mente dei fisici, sul finire del diciannovesimo secolo, era quello di un etere luminifero diffuso e immobile che permeava tutto lo spazio e fungeva da mezzo di trasmissione, per la propagazione delle onde Hertziane in analogia con la funzione esplicata dall'aria atmosferica nella propagazione del suono.

Michelson da solo nel 1881 e poi con Edward W. Morley nel 1887, condusse un esperimento, per rivelare il moto relativo della terra nei confronti dell'etere: l'esperimento metteva a confronto due fasci di luce, ottenuti per divisione dello stesso fascio, i quali si ricongiungevano dopo aver percorso un cammino di circa 11 metri, in direzioni tra di loro ortogonali.

Il risultato dell'esperimento non rivelò differenze tra i due percorsi, prestandosi alla conclusione che: o la terra era immobile nei confronti dell'etere, oppure l'etere non esisteva.

Per i sostenitori della presenza dell'etere rimanevano aperte due ipotesi: la terra nel suo moto trascina l'etere, oppure i corpi subiscono una contrazione lungo la direzione del moto. Questa contrazione, chiamata di Lorentz e Fitzgerald, è data dalla seguente espressione:

$$L' = L_0 \cdot (1 - v^2/c^2)^{1/2}$$

dove (L') è la lunghezza contratta del corpo nella direzione del moto, (L_0) la lunghezza a riposo, (v) la velocità del moto nei confronti dell'etere e (c) la velocità della luce misurata nel vuoto.

In questo quadro di incertezza si inserisce il lavoro di Einstein del 1905 (**relatività ristretta**) coi postulati:

Postulato 1: Il moto assoluto uniforme non può essere rivelato.

Postulato 2: la velocità della luce, misurata da un osservatore inerziale è indipendente dal moto della sorgente (a patto che anche la sorgente si muova di moto uniforme)

A distanza di 11 anni nel 1916, la **relatività generale** fa il suo ingresso nell'olimpo delle teorie col suo principio di equivalenza:

Postulato 3: un campo gravitazionale omogeneo è del tutto equivalente ad un sistema di riferimento uniformemente accelerato.

L'ipotesi alla quale ho fatto cenno, nella prima parte di questo scritto, nasce nel corso di una mia ricerca, per una spiegazione sulle cause dell'inerzia (proprietà di massa dei corpi) e sull'equivalenza tra massa inerziale e massa gravitazionale.

Mi piace pensare lo spazio fisico (Fig.1), in assenza di campi gravitazionali significativi, costituito da un reticolo cubico isotropo con le maglie uniformi, ed assegnare alla vibrazione di questo reticolo la responsabilità della propagazione delle onde elettromagnetiche; la compressione e la dilatazione delle sue maglie, l'equivalente della formazione locale di cariche elettriche; le sue proprietà tali che, per eccitare e propagare un' onda elettromagnetica, sia necessario un impulso, almeno pari all'energia della costante di Planck (h), inoltre la frequenza di vibrazione naturale di questo reticolo, tale per cui si mantenga costante, l'intervallo di tempo necessario, affinché un impulso percorra, lo spazio corrispondente, alla lunghezza che ha il lato del reticolo.

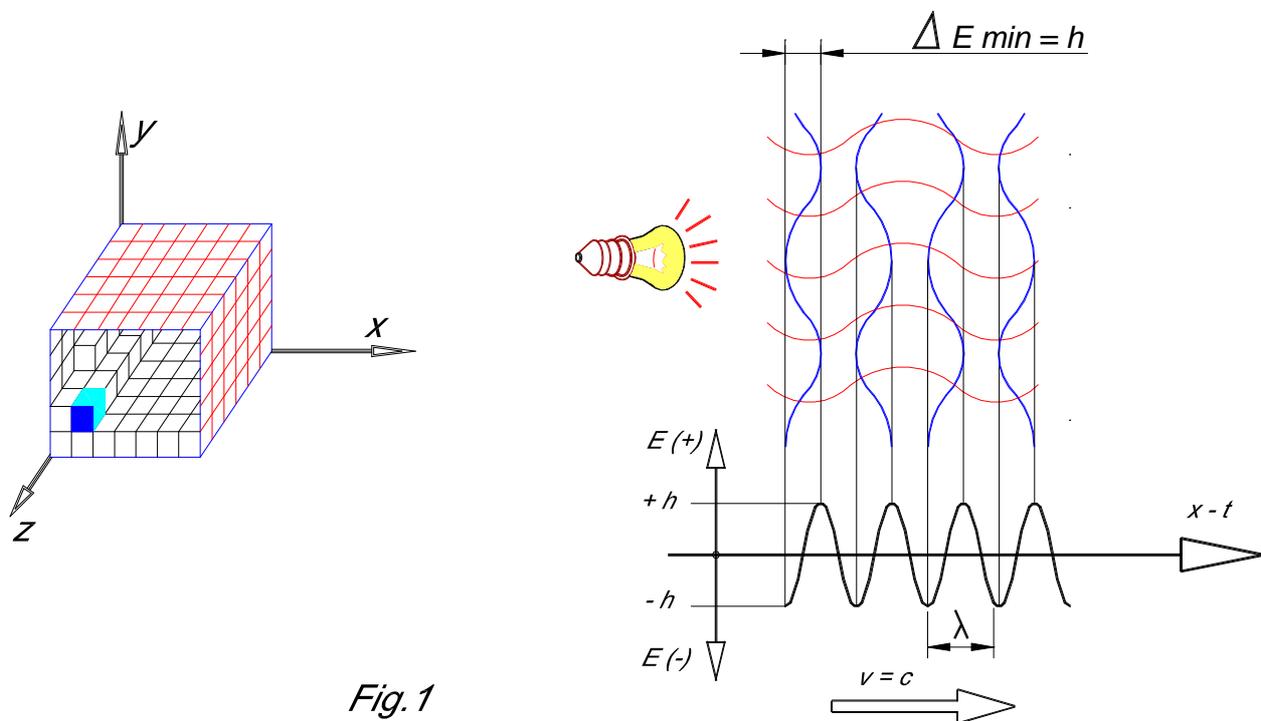


Fig.1

Come anticipato nell'introduzione, operiamo una distinzione tra ciò che i matematici definiscono spazio Euclideo, ed il luogo nel quale si manifestano i fenomeni studiati dalla fisica, chiamandolo spazio fisico.

Lo spazio Euclideo io lo vedo come un luogo astratto costituito da punti, segmenti, rette, superfici, volumi, dove il segmento può essere diviso indefinitamente ed ogni sua porzione, rappresenta di conseguenza una successione di infiniti punti, prefigurando in questo modo, una struttura continua senza soluzione di continuità.

In questo spazio esistono rette parallele che possono essere prolungate all'infinito senza mai incontrarsi, ed è lecito identificarle con circonferenze concentriche di raggio infinito; l'ultima identificazione per rimarcare il carattere altamente speculativo operato dal geometra nell'enunciare gli assiomi e le regole geometriche.

Lo spazio fisico al contrario, lo vedo come un luogo reale, dove il significato di punto può essere associato alla nozione di punto materiale, nel quale esistono regoli materiali (unità di misura delle lunghezze, costituiti da un aggregato di punti materiali), utilizzati per la misura delle distanze, nel cui ambito però possiamo ammettere una variabilità sulla

lunghezza e rettilineità dei regoli, ed una struttura a livello microscopico, non più continua, ma bensì discreta, come il successo della meccanica dei quanti ci suggerisce.

La secolarizzazione dell'identificazione tra spazio Euclideo e spazio fisico, si è radicata nella nostra cultura ed influenza la percezione della realtà, aiutata in questo, dalla pratica indistinguibilità delle due visioni spaziali; questo almeno, nel merito dei fenomeni che avvengono su scala macroscopica, ed a velocità non confrontabili con quella della luce; fenomeni che costituiscono la quasi totalità, delle esperienze vissute dalla razza umana.

Abbiamo appena introdotto parlando di velocità, un'altra grandezza fondamentale della fisica, il tempo, per il quale, se vogliamo tentare una distinzione, come quella introdotta per lo spazio; possiamo immaginare un cronometro universale, che misura intervalli di tempo, sempre costanti, e l'analogo della regola delle rette parallele Euclidee è la cronologica successione degli eventi, in qualunque punto dello spazio Euclideo, senza alcuna ambiguità nella definizione di eventi simultanei.

L'orologio (cronometro fisico) al contrario, sembra fornire come unità di misura del tempo una quantità variabile, la cui variabilità è legata al contesto fisico nel quale è inserito, cioè velocità e campo gravitazionale.

L'identificazione tra cronometro universale e orologio non è meno secolarizzata di quella spaziale, ed il carattere altamente astratto della nozione di tempo rende ancora più difficile la separazione dei due concetti.

Da quanto detto sinora si evince, che l'uso della geometria analitica in coordinate Cartesiane Euclidee e la misura del tempo col cronometro universale, è autorizzato nello studio dei fenomeni fisici, solamente quando le identificazioni spaziali e temporali appena menzionate, poco si discostano da quanto avviene, nella realtà del fenomeno fisico studiato.

Compito del fisico a questo punto, è la determinazione, di quanto la situazione in oggetto si discosta dalle identificazioni proposte, ed introdurre parametri, atti alla compensazione di questi scostamenti.

*DEFORMAZIONE RETICOLARE
ASSOCIATA ALLA FORMAZIONE
DI UNA PARTICELLA BARIONICA*

*(SEZIONE BIDIMENSIONALE SULLA
STRUTTURA SPAZIALE)*

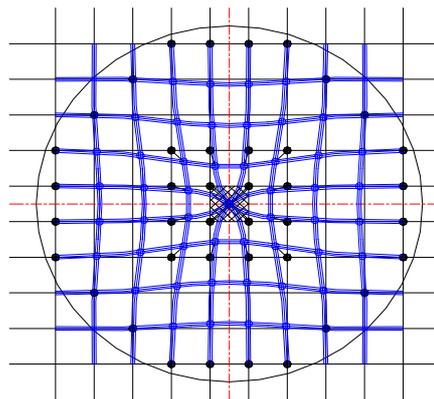
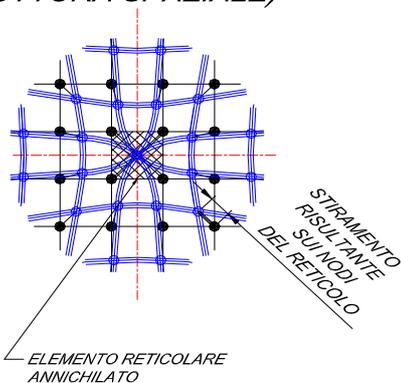


Fig.2

Diamo nel seguito una descrizione qualitativa, per completare la definizione, su come rapportare, i fenomeni di natura inerziale e gravitazionale, col modello proposto; riservandoci l'approfondire gli aspetti quantitativi, nella terza parte di questo scritto.

In questa visione (Fig.2), un corpo costituito di materia ponderale, (dotato di proprietà inerziali) equivale a stati di questo reticolo, altamente contratti e con le maglie ravvicinate (alta densità reticolare), quindi la presenza di un corpo dotato di massa, si traduce in uno stiramento del reticolo circostante, per raccordare gradualmente, con simmetria sferica, il lato delle maglie compresse al suo interno, alla lunghezza del lato reticolare, così come la troviamo a grande distanza; dove l'effetto, dovuto alla presenza del corpo, si è notevolmente affievolito.

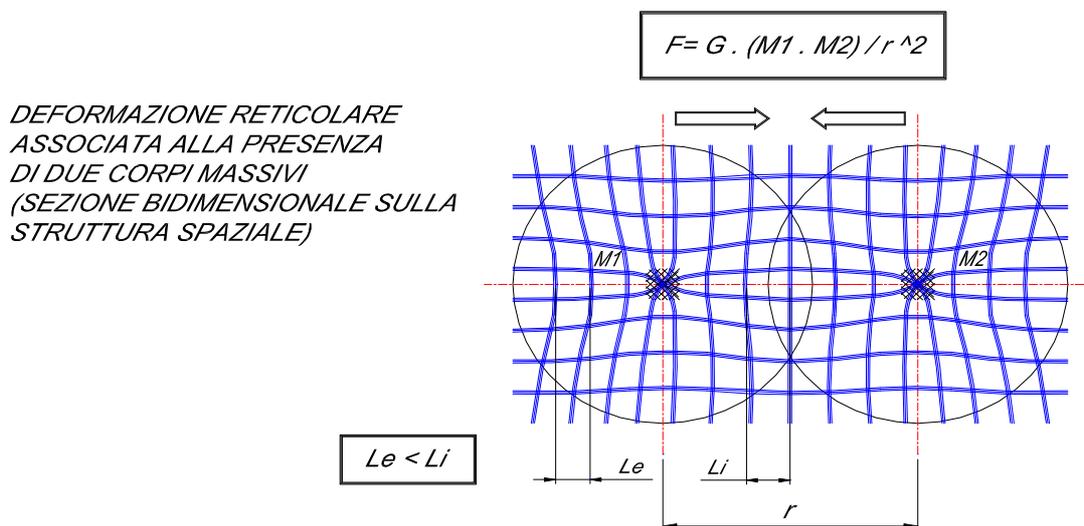


Fig.3

Un secondo corpo (Fig.3), sempre dotato di proprietà inerziali, che si trovi immerso in questo reticolo deformato, tenderà a muoversi verso il primo; perché l'effetto della sua presenza, sullo stiramento del reticolo, si somma alla tensione, operata dalla presenza del primo corpo e si crea una depressione, nell'area compresa tra i due corpi, dovuta alla perdita di simmetria a carattere sferico preesistente.

Secondo questa ipotesi, l'effetto gravitazionale è la risposta del reticolo, che cerca di riportarsi in una condizione di isotropia spaziale, risposta che noi identifichiamo con l'accezione (esercizio di una forza).

Come possiamo osservare nell'esperienza quotidiana, questo si traduce in una accelerazione, che aumenta gradualmente la sua intensità, durante l'avvicinamento dei corpi, seguendo la legge di gravitazione di Newton, la quale esprime la variazione in funzione dell'inverso sul quadrato della distanza.

Se questa è la rappresentazione corretta, dell'effetto gravitazionale, viceversa; accelerando un corpo, riproduciamo sul reticolo una analoga deformazione, da ciò si può far discendere, l'equivalenza tra massa inerziale e gravitazionale, in accordo col terzo postulato (quello della relatività generale).

Quando con l'applicazione di una forza, acceleriamo un corpo inizialmente in quiete una reazione si oppone, a questa variazione di velocità (l'inerzia), e mi sembra ragionevole, attribuire questa reazione, alla compressione del reticolo spaziale, lungo la direzione del moto indotto; il reticolo così deformato dalla compressione, nel procedere del movimento, interesserà le nuove aree dello spazio, man mano raggiunte, dal corpo in accelerazione, mentre per simmetria, possiamo ipotizzare che l'applicazione della forza, abbia indotto una analoga deformazione, sull'altro lato del corpo.

Durante la fase di accelerazione (Fig.4), possiamo associare al reticolo adiacente il corpo la forma di un ellissoide, (sfera deformata nel senso del moto indotto).

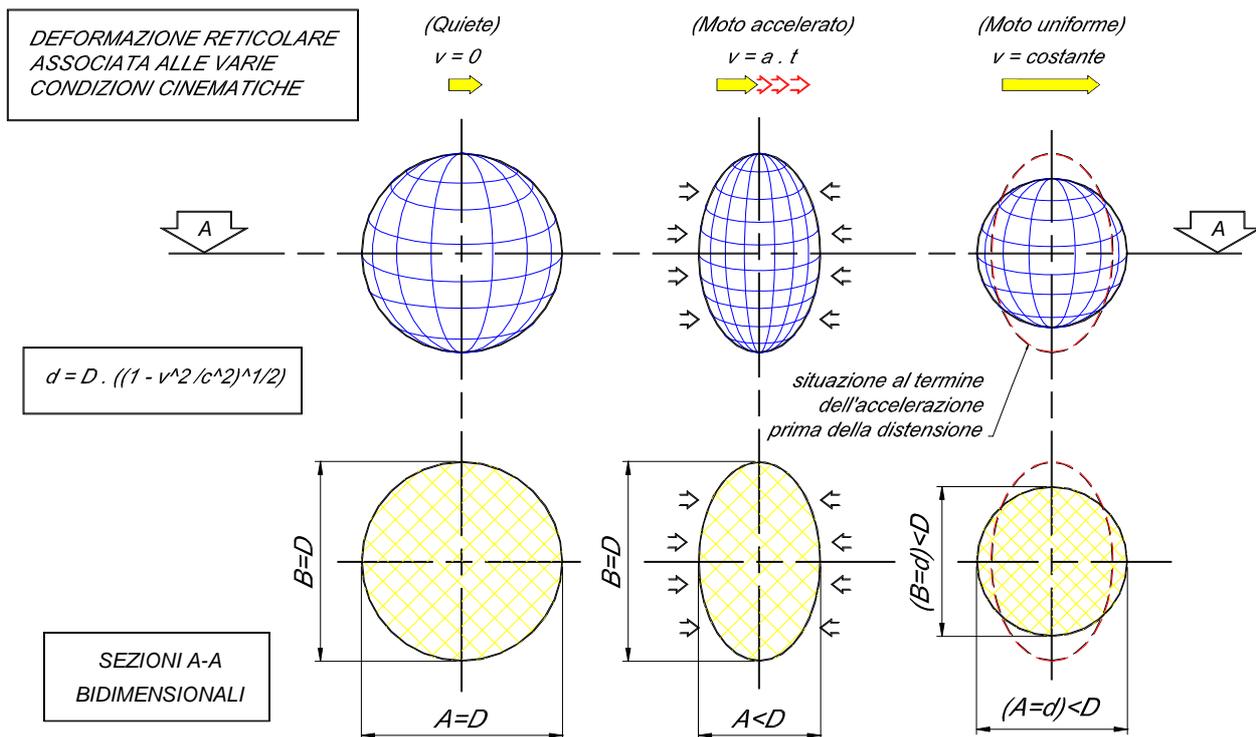


Fig.4

Al cessare dell'applicazione di questa forza, ci possiamo attendere una distensione sulle maglie del reticolo, però la deformazione totale prodotta dall'accelerazione, permane sul reticolo circostante e se prima potevamo associare, al corpo in accelerazione, un'area a forma di ellissoide, (all'interno della quale, si era modificata l'isotropia a forma sferica associabile allo stato di quiete) avremo ora il ripristino della simmetria sferica, però col reticolo più compresso.

A questa compressione residua, attribuiamo la responsabilità, di rappresentare l'energia cinetica, acquisita dal corpo in moto uniforme ($E_c = 1/2 m v^2$).

Una visualizzazione del fenomeno, può essere fornita, dal principio di Bernoulli, il quale prevede, per un liquido che scorre in una tubazione, una riduzione della pressione idrostatica sulle pareti, in corrispondenza dei restringimenti di sezione (strozzature), dove per la continuità della portata, abbiamo un aumento di velocità.

Si può dimostrare, che il moto circolare uniforme, di un corpo attorno ad un asse, è equivalente ad un moto accelerato dello stesso, nella direzione dell'asse di rotazione.

L'equilibrio raggiunto da un corpo celeste, nella sua orbita attorno al centro di massa del suo sistema planetario, prefigura l'equivalente di un moto rettilineo, condotto in assenza di gravità, con la differenza che l'equilibrio è mantenuto a prezzo della deformazione (conseguente l'accelerazione centripeta), introdotta dalla massa, in moto circolare pressoché uniforme, (la precisazione pressoché è dovuta alla forma generalmente ellittica delle orbite).

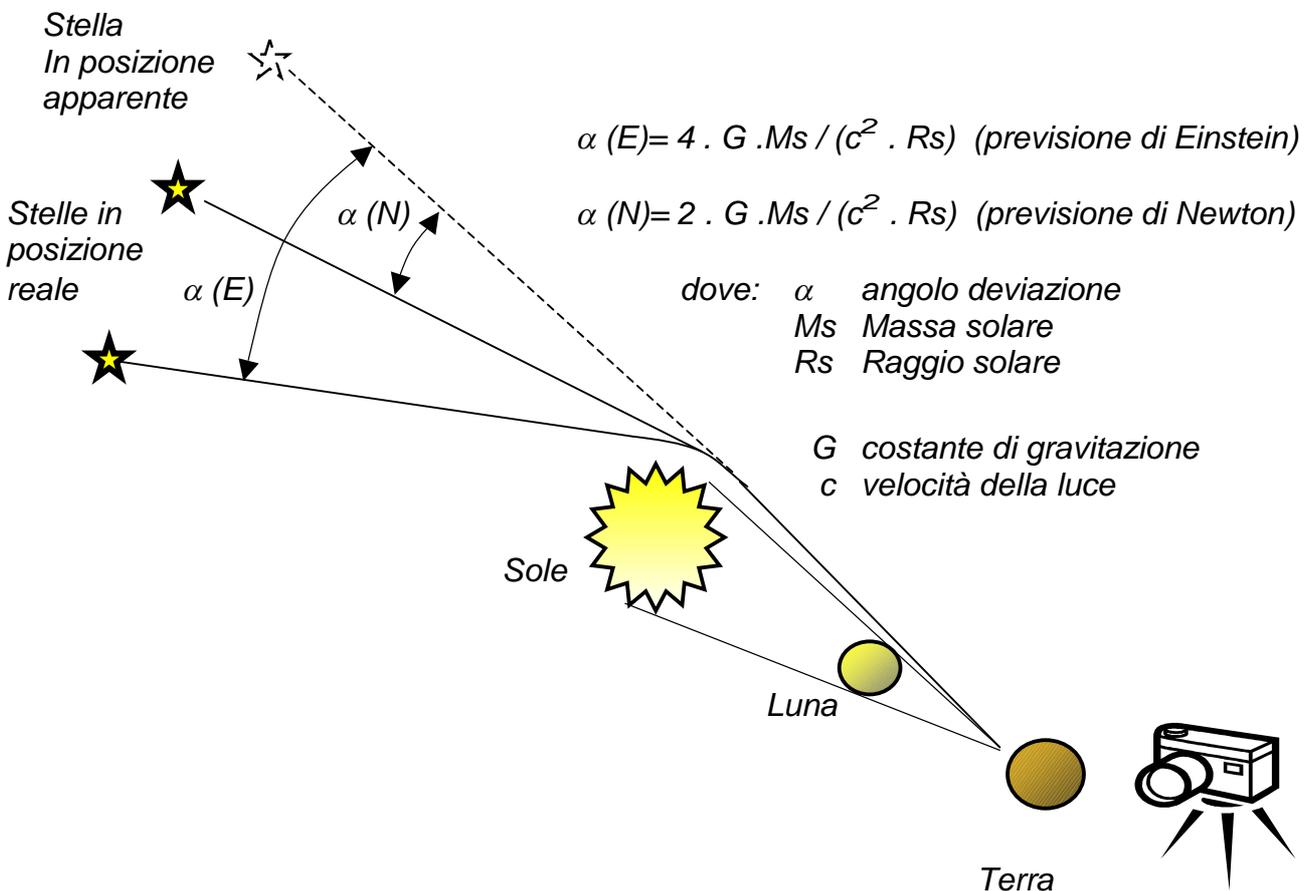
A questo moto orbitale, applicando le considerazioni svolte sinora, possiamo associare un'area spaziale, di forma sferica, in quanto l'accelerazione centripeta, in questo caso, ha solo il compito di ripristino dell'isotropia spaziale, rotta dall'effetto gravitazionale.

Nella descrizione del moto orbitale di un satellite, si è parlato di equivalenza col moto rettilineo, a prezzo però, della deformazione, introdotta dall'accelerazione centripeta e questo si traduce, in una riduzione, (appiattimento) sulla curvatura, della traiettoria seguita dal grave.

Possiamo ipotizzare, che in assenza della reazione, dovuta all'accelerazione centripeta, il satellite seguirebbe la traiettoria, che corrisponde ad un effetto gravitazionale raddoppiato, cioè con accelerazione (2.g).

Ricordando che nella descrizione del modello, si è ipotizzato la trasmissione della luce, come la vibrazione del reticolo spaziale, ci sembra ragionevole a questo punto l'affermazione: << il percorso attraverso il quale si propagano le onde elettromagnetiche, segue traiettorie equivalenti a percorsi rettilinei nel campo gravitazionale>> e questo è in effetti quanto emerso, nell'esperimento condotto nel 1919 da Arthur Eddington, durante l'eclissi di sole; la misura della deflessione è risultata doppia, rispetto a quanto si poteva calcolare per l'equivalente moto di un grave.

Per meglio giustificare l'ultima affermazione, possiamo immaginare che alla trasmissione della luce, in analogia coi moti ondulatori alla superficie dei liquidi, non corrisponda un trasporto materiale, venendo così a meno la reazione associata all'accelerazione centripeta ($a_c = v^2/r$ dove $v=0$ e non $v=c$).



Fotografia del campo stellare in prossimità del bordo solare durante l'eclissi del 1919 (Esperimento condotto da Arthur Eddington).

Il confronto delle lastre impressionate durante l'eclissi, con le immagini dello stesso campo stellare, riprese in altra occasione diede ragione alla previsione della Relatività Generale.

Terza parte - Confronto con la relatività

Siamo arrivati al momento topico della trattazione, nel seguito analizzeremo i tre postulati della relatività, dei quali abbiamo fornito anticipazione a pag.5 :

Postulato 1: Il moto assoluto uniforme non può essere rivelato.

L'esperimento di Michelson e Morley, viene considerato a suffragio di questo postulato: se non riusciamo ad evidenziare differenze, nella velocità della luce, tra due sistemi di riferimento, animati da un moto relativo; non possiamo sapere, quale dei due si muova più velocemente e quale più lentamente; rispetto ad un eventuale sistema di riferimento assoluto, considerato in quiete.

Da questa considerazione, Einstein ha dedotto che i due sistemi di riferimento sono equivalenti.

Vedremo più avanti, come la validità del modello proposto, può modificare questo punto di vista.

Postulato 2: la velocità della luce, misurata da un osservatore inerziale è indipendente dal moto della sorgente (a patto che anche la sorgente si muova di moto uniforme)

Questo postulato, assegna alla velocità della luce nel vuoto, un ruolo principe, considerandola una quantità invariante.

Dall'applicazione di questo principio, Einstein ha ricavato quelle che ha chiamato le trasformazioni di Lorentz (in onore del fisico, che seppure in modo leggermente diverso e con diversi presupposti filosofici, già le aveva ricavate).

Dalle mie notizie storiche, fu Fitzgerald il primo, che nel tentativo di spiegare, il risultato dell'esperimento di Michelson e Morley, ipotizzò la contrazione delle lunghezze ricavando, la relazione che porta il loro nome congiunto:

$$L' = L_0 \cdot (1 - v^2/c^2)^{1/2} \quad (2.1) \quad (\text{contrazione di Lorentz e Fitzgerald})$$

Sostituendo, lungo la direzione del moto nei confronti dell'etere, la lunghezza (L_0) con il valore (L'), ricavato da questa espressione, si ottiene l'equivalenza tra i diversi cammini, percorsi dai raggi luminosi, giustificando così il risultato dell'esperimento (i regoli degli osservatori in movimento, risultano accorciati).

La costanza sulla misura di (c), effettuata da due osservatori inerziali, presuppone che alla contrazione della lunghezza da (L) a (L') del regolo in movimento, corrisponda un minor tempo segnato dall'orologio che gli è collegato, affinché sia ($c=L'/t'$) per l'osservatore in movimento e ($c=L_0/t_0$) per l'osservatore in quiete; da questo si evince che la relazione tra i due intervalli di tempo, segnati dai rispettivi orologi, deve sussistere la relazione:

$$t' = t_0 \cdot (1 - v^2/c^2)^{1/2} \quad (2.2) \quad (\text{dilatazione dei tempi})$$

la quale ci dice che il tempo (t') registrato dall'orologio di un osservatore in moto alla velocità (v) risulta più corto del fattore $(1 - v^2/c^2)^{1/2}$, rispetto al tempo (t_0) segnato dall'orologio di un osservatore a riposo (le lancette degli orologi in movimento rallentano).

Postulato 3: un campo gravitazionale omogeneo è del tutto equivalente ad un sistema di riferimento uniformemente accelerato.

Nella prima parte durante la presentazione del modello, ho già espresso il mio pieno accordo con questo postulato.

Einstein con la sua definizione di intervallo invariante:

$$ds^2 = g_{11}dx_1^2 + g_{22}dx_2^2 + g_{33}dx_3^2 + g_{44}dx_4^2 + 2g_{12}dx_1 dx_2 + 2g_{13}dx_1 dx_3 + 2g_{14}dx_1 dx_4 + 2g_{23}dx_2 dx_3 + 2g_{24}dx_2 dx_4 + 2g_{34}dx_3 dx_4$$

ha ridotto alla determinazione dei 10 potenziali:

$$\begin{matrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} & g_{14} \\ & g_{22} & g_{23} & g_{24} \\ & & g_{33} & g_{34} \\ & & & g_{44} \end{matrix}$$

la conciliazione tra spazio matematico e spazio fisico, utilizzando la geometria, che il grande Riemann circa mezzo secolo prima, aveva elaborato, senza immaginare il modo nel quale, un genio suo pari ne avrebbe tratto giovamento, per la sua mirabile costruzione teorica.

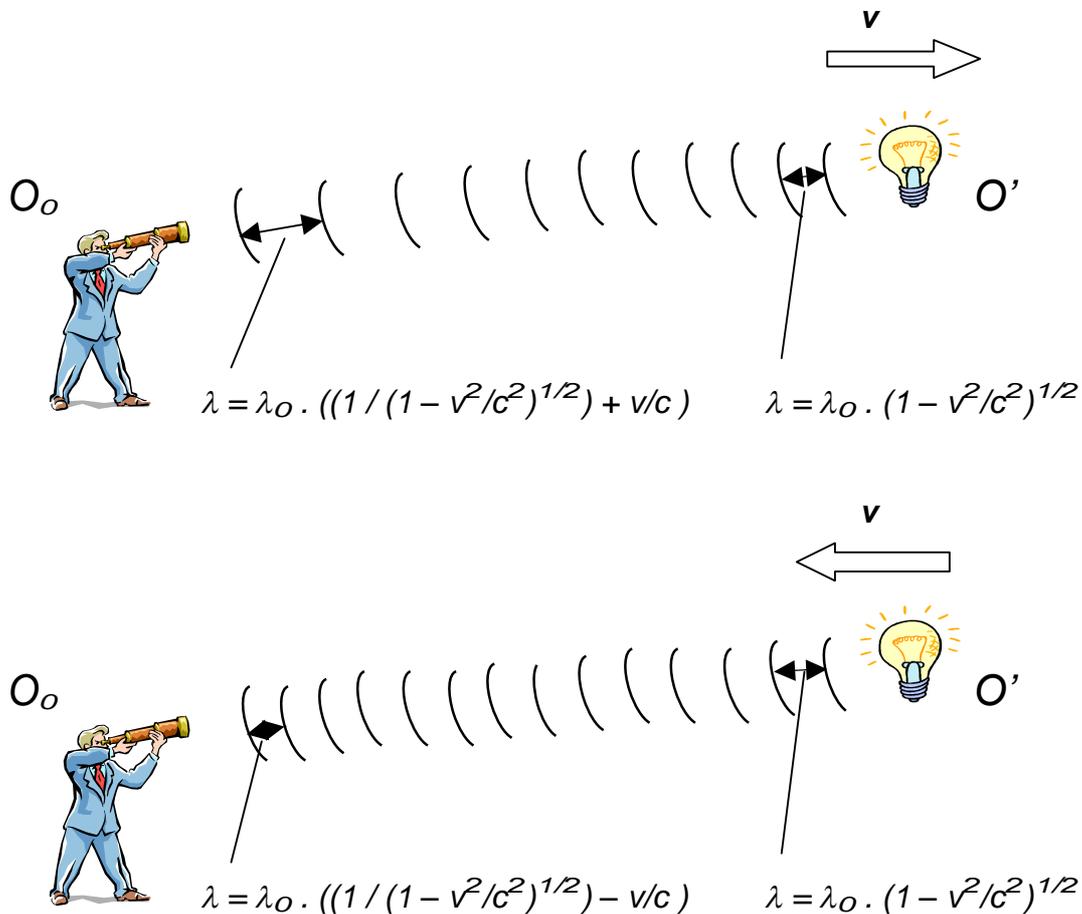
Il modello che abbiamo presentato nella seconda parte, non si concilia con la visione del primo postulato, perché la modificazione allo spazio fisico, introdotta dal moto dei corpi inerziali, non rende equivalente il punto di vista, dei due osservatori in moto relativo; nel senso che la contrazione di Lorentz, nel caso più generale, l'hanno subita entrambi, però in misura diversa in funzione della loro velocità relativa.

Un osservatore solidale col reticolo in quiete (O_0), utilizzando il suo regolo per le lunghezze ed il suo cronometro universale, riuscirebbe a dirimere la questione: se sia l'osservatore (O), oppure l'osservatore (O') a muoversi più velocemente nei suoi confronti e questo osservatore Super Partes, concluderebbe che la velocità della luce è diversa nei due sistemi di riferimento (O) e (O'), ma tutti e due ne misurano il valore (c), perché eseguono l'operazione ($c=s/t$) spazio diviso tempo, usando regoli che si sono accorciati e tempi ridotti, segnati da orologi che hanno perso dei colpi per effetto della dilatazione temporale.

L'osservatore (O_0) vedrebbe che la luce emessa dalle sorgenti solidali con l'osservatore più veloce, ipotizziamo sia (O') subisce un Red-shift (allungamento di λ) quando viene percepita dall'osservatore (O) più lento, questo perché la luce ha allungato il passo nell'adeguarsi alla metrica dilatata, presente nell'intorno di (O); viceversa la luce emessa dalle sorgenti solidali con (O) viene percepita da (O') affetta da Blue-shift (accorciamento di λ) per la situazione invertita, metrica contratta nell'intorno di (O').

Se l'osservatore (O_0), per trovare un accordo tra (O) e (O'), suggerisce loro di effettuare la misura, di queste variazioni di lunghezza d'onda, può sentirsi rispondere, che a causa dell'effetto Doppler non riusciranno a venirne a capo.

A questa giusta osservazione, (O_o) replica che le variazioni di (λ) introdotte dalla cinetica del movimento relativo all'etere, si aggiungono a quelle previste dall'effetto Doppler e risultano indipendenti, dal fatto che i due sistemi di riferimento, siano in avvicinamento, od in allontanamento reciproco.

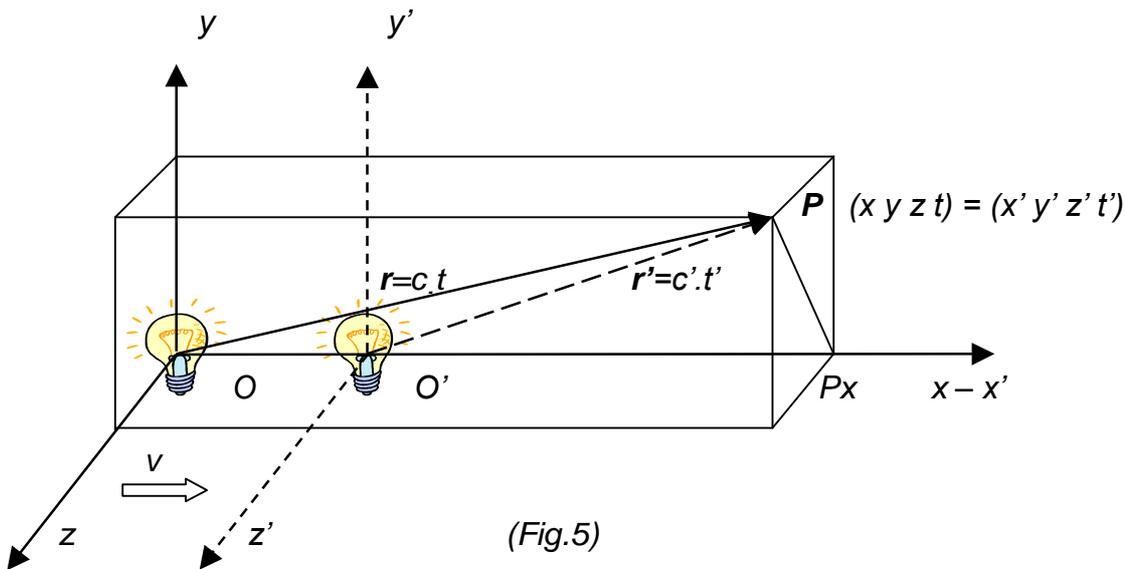


Questa è la differenza più significativa, prevista dal nuovo modello, rispetto al paradigma corrente, ed un esperimento di natura spettroscopica, potrebbe decidere se il modello può avere una qualche validità; resta comunque il fatto che mi sono così divertito a costruirlo, che la mia visione della realtà, non verrà intaccata da un eventuale responso negativo (ammesso che qualcuno si dia mai la pena di formularlo), denunciando in questo modo, quel pizzico di follia, che non può mancare nella mente di chi, a cinquant'anni suonati, si interroga ancora con passione su queste questioni.

Vediamo ora di esplicitare il nostro punto di vista, analizzando come, con l'utilizzo delle relazioni (2.1) e (2.2), si possono ricavare le trasformazioni di coordinate, tra due sistemi in moto relativo uniforme; Einstein le sue le nominò: < trasformazioni di Lorentz >.

Queste, sono le relazioni che intercorrono, tra le coordinate dello stesso evento, misurate in due diversi sistemi di riferimento inerziali.

Nel corso di questa analisi, porremo in evidenza, ove sussistono, le differenze tra le nostre relazioni e quelle proprie della relatività ristretta.



Con riferimento alla Fig.5, ipotizziamo due sistemi di riferimento ($O x y z t$) e ($O' x' y' z' t'$) associati rispettivamente agli osservatori (O) e (O'), orientati in modo che all'istante ($t=t'=0$) le origini e gli assi coincidano e siano sovrapposti.

L'origine del sistema ($O' x' y' z' t'$) sia in moto alla velocità (v) sull'asse ($O x$) ed all'istante ($t=t'=0$) una lampada emetta un flash, nell'origine comune ($O=O'$) degli assi coordinati ed interrogiamoci, ponendoci sempre nei panni di (O), considerato in quiete nei confronti dell'etere, su come vanno valutati tempi e coordinate per un punto (P), che nell'istante (t) per l'osservatore (O) e (t') per l'osservatore (O'), viene illuminato dalla luce emessa dalla lampada.

Analizziamo ora la situazione col regolo e col cronometro di (O): quando l'evento (flash) viene percepito nel punto (P) di coordinate ($x y z$) per (O) e ($x' y' z'$) per l'osservatore (O'), egli arresta il suo cronometro, rilevando che è trascorso un tempo (t), che (O') ha percorso nel frattempo uno spazio ($v \cdot t$) e misurando col suo regolo, conclude che la distanza ($O'-Px$) è:

$$O' - Px = x - v.t \quad (2.3)$$

supponendo poi che il regolo di (O') si sia contratto, per effetto della contrazione di Lorentz, egli deduce che la misura della stessa distanza (x'), effettuata da (O'), per poter essere confrontata con la sua misura, deve essere adeguata col fattore $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{1/2}$, cioè:

$$O' - Px = x' \cdot \gamma \quad (2.4)$$

dove abbiamo supposto che (Px) sia la proiezione di (P) sull'asse comune ($O x ; O' x'$), eguagliando poi le (2.3) e (2.4) avremo:

$$x' \cdot \gamma = x - v.t$$

da cui ricavando (x'), otteniamo:

$$x' = (x - v.t) / \gamma \quad (2.5)$$

con (x') misurata dal regolo di (O') , (x, t) dal regolo e dal cronometro di (O) e per questa trasformazione abbiamo piena identità col risultato relativistico.

Vediamo ora la situazione col regolo e con l'orologio di (O') : quando l'evento (flash) raggiunge il punto (P) , l'osservatore (O') arresta il suo cronometro, rilevando che è trascorso un tempo (t') ; sapendo che deve essere:

$$O - Px = x' \cdot \gamma + v \cdot t \quad (2.6)$$

per adeguare i due membri della (2.6) alle stesse unità di misura, costruiamo le posizioni:

$$O - Px = x \quad \text{e} \quad t = t' / \gamma \quad (2.7)$$

le quali sostituite nella (2.6) ci portano alla:

$$x = x' \cdot \gamma + v \cdot t' / \gamma \quad (2.8)$$

da cui:

$$x = (x' \cdot \gamma^2 + v \cdot t') / \gamma \quad (2.8 \text{ bis})$$

con (x) misurato dal regolo di (O) , (x', t') dal regolo e dal cronometro di (O') ed osserviamo che la (2.8 bis), si differenzia dall'analogia trasformazione relativistica $(x = (x' + v \cdot t') / \gamma)$ per l'introduzione del fattore (γ^2) .

Ci siamo limitati all'esame delle coordinate (x) e (x') perché la scelta effettuata sull'orientamento degli assi $(O y ; O z)$ e $(O' y' ; O' z')$, permette di porre le identità $(y=y')$ e $(z=z')$.

Nella nostra visione, la trasformazione dei tempi nei due sistemi si ricava direttamente dalla (2.2): il tempo (t') segnato dall'orologio rallentato di (O') sarà minore del tempo (t) segnato dall'orologio di (O) , siccome poi $(\gamma = (1 - v^2/c^2)^{1/2} < 1)$, sarà:

$$t' = t \cdot \gamma \quad (2.9) \quad \text{e} \quad t = t' / \gamma \quad (2.10)$$

le analoghe espressioni relativistiche sono:

$$t' = (t - vx / c^2) / \gamma$$

$$t = (t' + vx' / c^2) / \gamma$$

La differenza più evidente è la scomparsa dei termini spaziali (vx) e (vx') , lasciando intravedere il concetto più familiare della separazione tra le coordinate spaziali $(x y z)$, $(x' y' z')$ e le coordinate temporali (t) e (t') .

Per chi, come me, ha fiducia nell'esistenza dell'etere, pur rendendomi conto che la natura fa di tutto per nascondere, la trasformazione delle coordinate vorrebbe ricavata, dal punto di vista di un osservatore più oggettivo di quanto non lo siano gli osservatori (O) e (O') , chiamerò questo osservatore (O_o) ed il suo sistema di coordinate $(O_o x_o y_o z_o t_o)$ dove col pedice (o) intendiamo considerarlo immobile, nei confronti dell'etere.

Vediamo ora di ricavare queste trasformazioni in un modo più generale, dal punto di vista dell'osservatore (O_0), supposto in quiete rispetto all'etere.

In questa ottica il nostro schema assume la forma della Fig.6

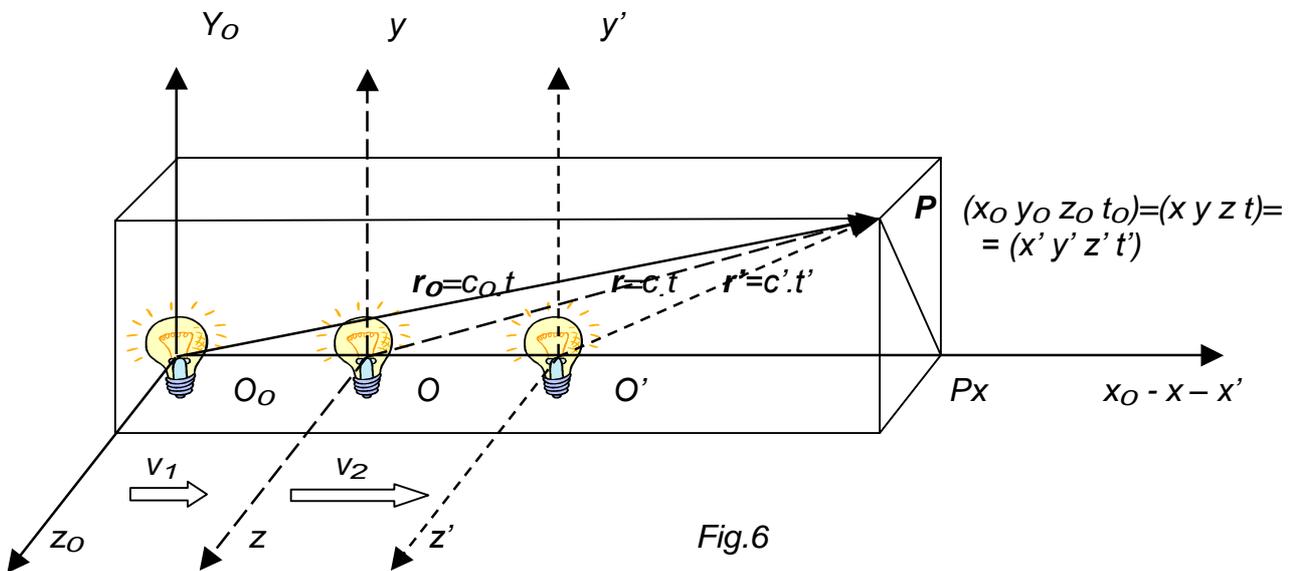


Fig.6

Applicando le relazioni (2.5) e (2.8) alla nuova situazione presentata, otteniamo le:

$$x = (x_0 - v_1 \cdot t_0) / \gamma_1 \quad (2.11)$$

$$x' = (x_0 - v_2 \cdot t_0) / \gamma_2 \quad (2.12)$$

$$x_0 = x \cdot \gamma_1 + v_1 \cdot t / \gamma_1 \quad (2.13)$$

$$x_0 = x' \cdot \gamma_2 + v_2 \cdot t' / \gamma_2 \quad (2.14)$$

dove abbiamo posto $\gamma_1 = (1 - v_1^2/c^2)^{1/2}$ e $\gamma_2 = (1 - v_2^2/c^2)^{1/2}$

Risparmiandovi i dettagli matematici, che potete trovare in Appendice (1) riepiloghiamo le trasformazioni tra le coordinate dei sistemi inerziali, in due colonne; in quella di sinistra le nostre ed a fianco sulla destra le corrispondenti della relatività ristretta:

(nuovo modello)

(relatività ristretta)

- 1) $x' = (x \cdot \gamma_1^2 - (v_2 - v_1) \cdot t) / \gamma_1 \cdot \gamma_2$
- 2) $x = (x' \cdot \gamma_2^2 + (v_2 - v_1) \cdot t') / \gamma_1 \cdot \gamma_2$
- 3) $t' = t \cdot \gamma_2 / \gamma_1$
- 4) $t = t' \cdot \gamma_1 / \gamma_2$

dove abbiamo posto: $\gamma_1 = (1 - v_1^2/c^2)^{1/2}$
e $\gamma_2 = (1 - v_2^2/c^2)^{1/2}$ con (v_1, v_2) le velocità relative all'etere dei due sistemi inerziali.

Queste per ($v_1=0$), ($v_2=v$), ($\gamma_1=1$) e ($\gamma_2=\gamma$)
 si trasformano nelle:

(nuovo modello)

(relatività ristretta)

1') $x' = (x - v.t) / \gamma$

$x' = (x - v.t) / \gamma$

2') $x = (x'.\gamma^2 + v.t') / \gamma$

$x = (x' + v.t') / \gamma$

3') $t' = t.\gamma$

$t' = (t - vx/c^2) / \gamma$

4') $t = t' / \gamma$

$t = (t' + vx'/c^2) / \gamma$

Alla luce delle considerazioni precedenti, diamo di seguito la definizione di intervallo invariante per lo Spazio Tempo Quadridimensionale:

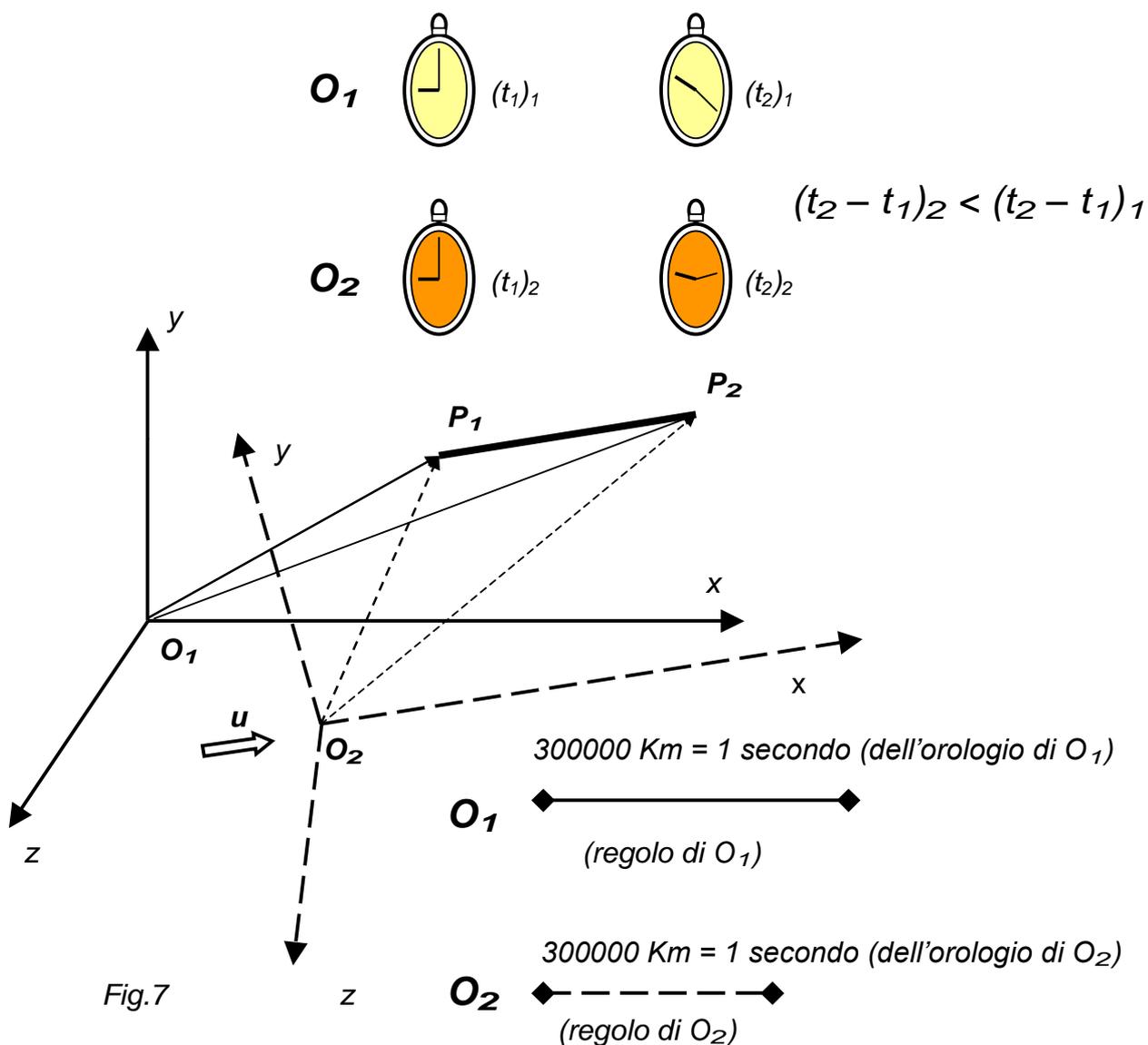


Fig.7

$$s^2 = (t_2 - t_1)^2 - ((x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2) \quad (2.25)$$

dove le (x, y, z) sono le coordinate spaziali di due eventi (Fig.7), registrati nei due punti spaziali (P_1) e (P_2) , $(t_1$ e $t_2)$ i tempi dei due eventi, segnati dagli orologi dei vari osservatori, mentre (s) è poi l'intervallo invariante.

In Appendice (2) riportiamo il dettaglio matematico, a dimostrazione dell'invarianza di (s^2) , dimostrazione ricavata direttamente applicando i nuovi principi, v'è osservato che gli intervalli espressi dalla (2.25), e dalla seguente:

$$s^2 = ((x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2) - (t_2 - t_1)^2$$

sono entrambi invarianti rispetto alle trasformazioni di Lorentz della relatività ristretta, mentre dall'applicazione dei nuovi principi, solo (s^2) espresso dalla (2.25) risulta invariante.

Conclusioni

Le differenze che riscontriamo, tra le due versioni delle trasformazioni di Lorentz nasce dalla diversa interpretazione data all'esperimento di Michelson e Morley.

La relatività ristretta assume che la costanza sulla misura della velocità della luce (c) rilevata dagli osservatori inerziali, sia un concetto, che porta alla perfetta equivalenza dei due sistemi, mentre dal nostro punto di vista, questo li rende solo difficilmente distinguibili.

L'apparente equivalenza tra la trasformazione: nostra e relativistica espressa nelle 1') è relativa al caso particolare nel quale uno degli osservatori $(O x y z t)$ si può considerare solidale con l'etere, nel caso più generale vale la 1), la quale chiama in causa il diverso stato di moto dei due osservatori nei confronti dell'etere.

Le evidenze sperimentali che io conosco, presentate a conferma della Teoria della relatività ristretta, se ben analizzate, sono più da intendersi come conferme della contrazione di Lorentz e della dilatazione dei tempi, che del principio di relatività.

Dal mio punto di vista, la questione è ancora aperta e secondo me quando Einstein ha effettuato la scelta del principio di relatività, si è lasciato trascinare dall'eleganza assunta dalla simmetria matematica del problema, togliendosi l'impiccio di rilevare a quale velocità si muovono gli osservatori nell'etere.

In difesa di Einstein dobbiamo osservare che all'inizio del ventesimo secolo, quando lui formulò la teoria della relatività ristretta, non si faceva sicuramente un gran parlare di Red-shift e Blue-shift, come ai giorni nostri e detto per inciso, io sono giunto alle mie conclusioni, proprio a partire dall'analisi di questi due effetti.

La relativa semplicità del modello presentato è gravida di ulteriori considerazioni, in merito all'energia ed alla termodinamica e lascia intravedere la possibilità, a seguito di nuove indagini, di raccordare il mondo dei quanti, col mondo macroscopico della gravitazione.

Appendice (1) - Le trasformazioni di Lorentz

Eguagliando la (2.13) con la (2.14) si ha:

$$x' \cdot \gamma_2 + v_2 \cdot t' / \gamma_2 = x \cdot \gamma_1 + v_1 \cdot t / \gamma_1$$

da cui, ricaviamo (x'):

$$x' = (x \cdot \gamma_1 + v_1 \cdot t / \gamma_1 - v_2 \cdot t' / \gamma_2) / \gamma_2 \quad (2.15)$$

siccome poi, per la dilatazione dei tempi, dovrà essere:

$$t = t_0 \cdot \gamma_1 \quad t' = t_0 \cdot \gamma_2$$

da cui:

$$t_0 = t / \gamma_1 \quad (2.16)$$

$$t_0 = t' / \gamma_2 \quad (2.17)$$

eguagliando le (2.16) e (2.17) avremo:

$$t / \gamma_1 = t' / \gamma_2$$

e poi:

$$t' = t \cdot \gamma_2 / \gamma_1 \quad (2.18)$$

e sostituendo nella (2.15) il termine (t') dato dalla (2.18) abbiamo:

$$x' = (x \cdot \gamma_1 + v_1 \cdot t / \gamma_1 - v_2 \cdot t / \gamma_1) / \gamma_2$$

per poi ottenere:

$$x' = (x \cdot \gamma_1 / \gamma_2 + v_1 \cdot t / \gamma_1 \cdot \gamma_2 - v_2 \cdot t / \gamma_1 \cdot \gamma_2)$$

da cui:

$$x' = x \cdot \gamma_1 / \gamma_2 - (v_2 - v_1) \cdot t / \gamma_1 \cdot \gamma_2$$

ed infine:

$$x' = (x \cdot \gamma_1^2 - (v_2 - v_1) \cdot t) / \gamma_1 \cdot \gamma_2 \quad (2.19)$$

Ricordando che $(v_2 - v_1)$ è la velocità relativa tra (O) e (O') , vediamo che la (2.19) si differenzia dal risultato espresso dalla (2.5) e nel caso dove $(v_1 = 0)$, possiamo porre l'identità $(v_2 = v)$, da cui segue $(\gamma_1 = 1)$ e $(\gamma_2 = \gamma)$ per ottenere alla fine:

$$x' = (x - v \cdot t) / \gamma \quad (2.20)$$

la quale è identica alla (2.5) ed è quanto ci si poteva attendere nel caso particolare dove $(v_1 = 0)$ e l'osservatore (O) può essere identificato con l'osservatore (O_0) .

Ricaviamo ora la trasformazione inversa: sempre eguagliando le (2.13) e (2.14):

$$x \cdot \gamma_1 + v_1 \cdot t / \gamma_1 = x' \cdot \gamma_2 + v_2 \cdot t' / \gamma_2$$

ora ricaviamo la (x):

$$x = (x' \cdot \gamma_2 + v_2 \cdot t' / \gamma_2 - v_1 \cdot t / \gamma_1) / \gamma_1 \quad (2.21)$$

mentre dalla (2.18) ricaviamo:

$$t = t' \cdot \gamma_1 / \gamma_2$$

per poi sostituirlo nella (2.21) ed ottenere:

$$x = (x' \cdot \gamma_2 + v_2 \cdot t' / \gamma_2 - v_1 \cdot t' / \gamma_2) / \gamma_1 \quad (2.22)$$

dalla quale dopo alcuni passaggi si ricava la relazione cercata:

$$x = (x' \cdot \gamma_2^2 + (v_2 - v_1) \cdot t') / \gamma_1 \cdot \gamma_2 \quad (2.23)$$

ricordando anche qui, che $(v_2 - v_1)$ è la velocità relativa tra (O) e (O'), vediamo che la (2.23) si differenzia dal risultato espresso dalla (2.8 bis) e nel caso dove $(v_1 = 0)$, possiamo porre l'identità $(v_2 = v)$, da cui segue $(\gamma_1 = 1)$ e $(\gamma_2 = \gamma)$ per ottenere alla fine:

$$x = (x' \cdot \gamma^2 + v \cdot t') / \gamma \quad (2.24)$$

la quale è identica alla (2.8 bis) ed è quanto ci si poteva attendere nel caso particolare dove $(v_1 = 0)$ e l'osservatore (O) può essere identificato con l'osservatore (O₀).

Appendice (2) - L'intervallo invariante

Per poter eseguire il calcolo proposto dalla (2.25), raccordiamo le misure spaziali e quelle temporali, ponendo (1 secondo = 300000 Km) e $(c = 1)$, cioè abbiamo posto la lunghezza unitaria dei regoli, uguale allo spazio percorso dalla luce in un secondo.

Anche se non è necessario porre queste condizioni, il loro utilizzo, semplifica la scrittura delle relazioni e possiamo esprimere, distanze e tempi, indifferentemente in secondi, oppure in chilometri.

In questo modo la velocità di un osservatore che nel tempo $(t_2 - t_1)$ si sposta dal punto (P_1) al punto (P_2) , si può esprimere con la seguente relazione:

$$u^2 = ((x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2) / (t_2 - t_1)^2$$

dalla quale ricaviamo :

$$((x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2) = u^2 \cdot (t_2 - t_1)^2 \quad (2.26)$$

sostituendo la (2.26) nella (2.25) abbiamo :

$$s^2 = (t_2 - t_1)^2 - u^2 \cdot (t_2 - t_1)^2 = (t_2 - t_1)^2 \cdot (1 - u^2)$$

per poi ottenere la:

$$s = (t_2 - t_1) \cdot (1 - u^2)^{1/2} \quad (2.27)$$

notiamo che con le posizioni fatte in precedenza il fattore $(1 - u^2)^{1/2}$ esprime l'entità della contrazione di Lorentz $(\gamma = (1 - v^2/c^2)^{1/2})$ espressa nelle nuove unità di misura; ove abbiamo posto $(c = 1)$ ed $(v = u)$.

Applicando la (2.27) al caso generale dei tre osservatori (O_0), (O_1), (O_2), trattato in precedenza, verificiamone le proprietà invarianti:

$$s_1 = (t_2 - t_1)_1 \cdot (1 - u_1^2)^{1/2} = (t_2 - t_1)_1 \cdot \gamma_1 \quad (2.28)$$

$$s_2 = (t_2 - t_1)_2 \cdot (1 - u_2^2)^{1/2} = (t_2 - t_1)_2 \cdot \gamma_2 \quad (2.29)$$

abbiamo ipotizzato in precedenza, che i regoli di (O_1) e (O_2) subiscono la contrazione di Lorentz, quindi se per l'osservatore (O_0) la distanza ($P_2 - P_1$) fosse uguale alla lunghezza del suo regolo (300000 Km) e ($(t_2 - t_1)_0 = 1$ secondo) (situazione equivalente alla trasmissione di un segnale luminoso tra i due punti, con i due eventi rappresentati, dal flash e dalla ricezione del segnale), per gli osservatori (O_1) e (O_2), la stessa distanza ($P_2 - P_1$) misurata con i loro regoli contratti, risulterà espressa da un numero (> 1) e per l'apparente costanza della velocità luminare anche ($(t_2 - t_1)_1 > 1$ secondo), quindi possiamo porre:

$$(t_2 - t_1)_0 = (t_2 - t_1)_1 \cdot \gamma_1 \quad \text{e} \quad (t_2 - t_1)_0 = (t_2 - t_1)_2 \cdot \gamma_2$$

dalle quali ricaviamo:

$$(t_2 - t_1)_1 = (t_2 - t_1)_0 / \gamma_1 \quad \text{e} \quad (t_2 - t_1)_2 = (t_2 - t_1)_0 / \gamma_2$$

sostituendo queste relazioni nelle (2.28) e (2.29) queste ultime si trasformano nelle:

$$s_1 = ((t_2 - t_1)_0 / \gamma_1) \cdot \gamma_1 = (t_2 - t_1)_0 \quad \text{e} \quad s_2 = ((t_2 - t_1)_0 / \gamma_2) \cdot \gamma_2 = (t_2 - t_1)_0$$

dalle quali possiamo vedere che ($s_1 = s_2$) cioè che l'intervallo espresso dalla (2.25) è indipendente dagli osservatori ed è quindi invariante, come si voleva dimostrare.

Bibliografia

La presente bibliografia è elencata in ordine crescente di difficoltà:

ASTRONOMIA

Guide compact DeAgostini

Arthur S. Eddington

Spazio, tempo e gravitazione

La teoria della relatività generale

Serie scientifica

Universale Bollati Boringhieri

Albert Einstein

Come io vedo il mondo

La teoria della relatività

Grandi tascabili economici

Newton

Albert Einstein

Il significato della relatività

Grandi tascabili economici

Newton

Lawrence Lerner

Fisica

Vol.4 Fisica moderna

Zanichelli

Marcelo Alonso – Edward J.Finn

Fisica

Vol.1 Corso per l'università

Massoni

Vittorio Banfi

Relatività e astrodinamica

Levrotto & Bella